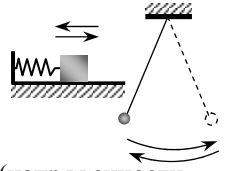


IX. Колебания и волны

1. Колебаниями называется точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени (обычно повторение бывает многократным).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают:

- а) **Механические колебания** — повторяющийся процесс представляет собой механическое движение:
- б) **Электромагнитные колебания** — повторяющийся процесс представляет собой изменение силы тока, напряжения, заряда конденсатора в электрической цепи, вектора \vec{E} (напряженности электрического поля), вектора \vec{B} (индукции магнитного поля).
- в) **Другие колебания** — повторяться могут и другие процессы, например, изменение температуры и пр.



Колеблющимися величинами называются физические величины, описывающие процесс, повторяющийся при колебаниях, (или систему, с которой этот процесс происходит) и сами испытывающие повторяющиеся изменения. В *механических* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: координата, скорость, ускорение и другие величины, описывающие механическое движение.

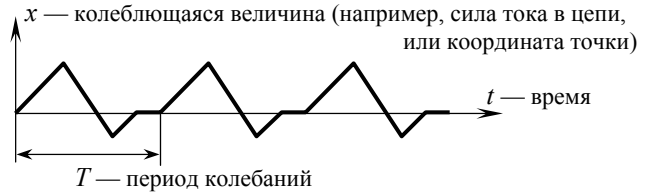
В *электромагнитных* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: сила тока, напряжение, заряд конденсатора, \vec{E} , \vec{B} и другие величины, описывающие электрический ток и электромагнитное поле.

Периодическими называются колебания, при которых происходит точное повторение процесса через равные промежутки времени.

Периодом периодических колебаний называется минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса.

Процесс, происходящий за один период колебаний, называется «одно полное колебание».

Частотой периодических колебаний называется число полных колебаний за единицу времени (1 секунду) — это может быть не целое число.



$$\nu = \frac{1}{T}$$

Период — время одного полного колебания.

Чтобы вычислить частоту ν , надо разделить 1 секунду на время T одного колебания (в секундах) и получится число колебаний за 1 секунду.

2. Гармоническими колебаниями называются колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону синуса, или косинуса.

Колеблющаяся величина (координата точки, сила тока, напряженность поля, или иная величина)

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Начальная фаза — значение фазы φ в момент $t = 0$.

Изменяя значение φ_0 , можно получать различные значения x в момент $t = 0$.

Амплитуда колебаний — максимальное отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения.

Если среднее за период значение колеблющейся величины равно 0, то **амплитуда равна максимальному значению колеблющейся величины**: $A = x_m$

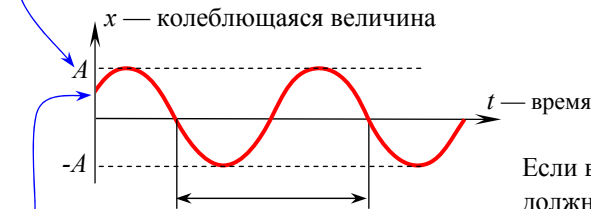
Фаза колебаний — аргумент функции синус или косинус в уравнении зависимости колеблющейся величины от времени.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Циклическая частота колебаний — скорость изменения фазы с течением времени.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Изменение фазы, произошедшее за время Δt .



Значение x в момент $t = 0$ определяется величиной φ_0 .

Если время Δt равно периоду колебаний T , то изменение фазы $\Delta\varphi$ за это время (T) должно быть равно 2π (т. к. функции \sin и \cos повторяют свои значения при изменении аргумента (φ) на 2π , а через время T значение колеблющейся величины как раз должно повториться).

Таким образом, при $\Delta t = T$ будет $\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

подставлено $1/T = \nu$

Если колебания гармонические, т. е. колеблющаяся величина x равна $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, то вторая производная колеблющейся величины по времени x'' будет пропорциональна самой колеблющейся величине (x):

$$x'(t) = -\omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Если x — координата точки, движущейся вдоль оси Ox , то:
 $x'(t) = v_x$ — проекция скорости $\Rightarrow v_{\max} = \omega A$ — максимальная скорость.

$$x''(t) = -\omega^2 \cdot x$$

$$x''(t) = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x$$

$x''(t) = a_x$ — проекция ускорения $\Rightarrow a_{\max} = \omega^2 A$ — максимальное ускорение.

Это уравнение называется **дифференциальным уравнением гармонических колебаний**. Если какая-либо физическая величина x подчиняется уравнению такого вида, то можно утверждать, что она зависит от времени по гармоническому закону (\sin и \cos), а процесс, который описывает величина x , представляет собой гармонические колебания.

3. Простейшие колебательные системы

Пружинный маятник

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Период свободных колебаний
 Жесткость пружины
 Масса колеблющегося груза

в отсутствие трения

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \text{const} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}$$

$x = \Delta l$ — удлинение пружины
 $A = x_{\text{max}} = \Delta l_{\text{max}}$ — амплитуда колебаний (максимальное удлинение пружины)
 v_{max} — максимальная скорость груза

$v_x = x(t) = x_m \omega \cdot \sin \omega t$
 $x_m \omega = v_{\text{max}}$
 $x = x_m \cdot \cos \omega t$
 $A = x_{\text{max}}$

$v = v_{\text{max}}$ в момент, когда $x = 0$
 $x = \pm A$ в момент, когда $v = 0$

Математический маятник

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Период свободных колебаний
 Длина нити
 Ускорение свободного падения — ускорение, создаваемое силой тяжести.

Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо g в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{\text{акт}} = \frac{\sum \vec{F}_{\text{акт}}}{m}$$

силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника

Маятник в лифте:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_{\text{лифт}}}}$ если $\vec{a}_{\text{лифта}}$ - вверх
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_{\text{лифт}}}}$ если $\vec{a}_{\text{лифта}}$ - вниз

Колебательный контур

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

Период свободных электромагнитных колебаний
 Индуктивность катушки
 Электроемкость конденсатора

$W_{\text{конд}}^{\text{эл}} + W_{\text{кат}}^{\text{магн}} = \text{const} = \frac{q_{\text{max}}^2}{2C}$

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$$

q^2 — напряжение на конденсаторе q - его заряд
 I — сила тока в катушке,
 $q_{\text{max}}, U_{\text{max}}$ и I_{max} — максимальные (амплитудные) значения заряда, напряжения и силы тока.

$I = -q(t) = q_m \omega \cdot \sin \omega t$
 $q_m \omega = I_{\text{max}}$
 $q = q_m \cdot \cos \omega t$
 q_{max}

$I = \pm I_{\text{max}}$ в момент, когда $q = 0$
 $q = \pm q_{\text{max}}$ в момент, когда $I = 0$

4. Волна — распространение колебательного процесса в пространстве с течением времени. (Если в какой-то области пространства происходит колебательный процесс, то это может породить аналогичные колебания в соседних областях пространства.

Например, если какая-либо точка упругой среды совершает механические колебания, то при этом она, как правило, заставляет колебаться соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д.

Таким образом, в колебательный процесс вовлекаются все новые и новые области пространства. Другой пример — электромагнитные колебания. Если в какой-то точке пространства (эту точку назовем источником) происходят колебания индукции магнитного поля \vec{B} , то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля \vec{E} , которые, в свою очередь, порождают новые колебания \vec{B} и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства)

Пример: на гладкой горизонтальной поверхности лежит шнур и в некоторый момент его крайнюю точку a начинают двигать вдоль оси Ox по закону $x = A \sin \omega t$

ВИД СВЕРХУ:

Точка a начинает двигаться, при этом ее скорость меняется по закону $v_x = x' = A\omega \cos \omega t$, так что в момент $t = 0$ скорость максимальна $v_m = A\omega$.
 К моменту $t = T/4$ точка a смещается в положение $x = A$. Соседние точки шнура движутся за ней, повторяют ее движение, заставляя двигаться следующие точки. В момент $t = T/4$ волна дошла до точки b и она начала двигаться (ее состояние в момент $t = T/4$ совпадает с состоянием точки a в момент $t = 0$) В дальнейшем все новые и новые точки будут вовлекаться в колебательное движение, аналогичное движению источника — точки a .

соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д.

Таким образом, в колебательный процесс вовлекаются все новые и новые области пространства. Другой пример — электромагнитные колебания. Если в какой-то точке пространства (эту точку назовем источником) происходят колебания индукции магнитного поля \vec{B} , то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля \vec{E} , которые, в свою очередь, порождают новые колебания \vec{B} и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства)

Фронт волны — поверхность отделяющая область пространства, в которой уже начались колебания, от области, где колебания еще не происходят. Фронт волны перемещается по мере распространения волны. (В рассмотренном примере со шнуром фронтом волны в момент $t = T/4$ является точка b , в момент $t = T/2$ — точка c , и т. д.)

Скорость распространения волны ($\vec{v}_{\text{волн}}$) — скорость движения волнового фронта, а также любой другой поверхности постоянной фазы (любого «горба» волны, или «впадины»).

Механическая волна называется **поперечной**, если направление движения колеблющихся точек в ней перпендикулярно направлению $\vec{v}_{\text{волн}}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{v}_{\text{волн}}$, то волна называется **продольной**. (Рассмотренная в примере волна в шнуре — поперечная, а звук — продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. к. направление колеблющихся векторов \vec{E} и \vec{B} в этих волнах перпендикулярно $\vec{v}_{\text{волн}}$.

Длина волны (λ) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз 2π . (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что λ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны)

перпендикулярно направлению $\vec{v}_{\text{волн}}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{v}_{\text{волн}}$, то волна называется **продольной**. (Рассмотренная в примере волна в шнуре — поперечная, а звук — продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. к.

$x(r, t) = A \cdot \cos(\omega t - (2\pi/\lambda)r + \varphi_0)$

$\lambda = v_{\text{волн}} \cdot T = v_{\text{волн}} / \nu$

Длина волны (λ) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз 2π . (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что λ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны)

$$\lambda = v_{\text{волн}} \cdot T = v_{\text{волн}} / \nu$$